Department of Computer Information Systems
CIS 103: Introduction to Information Technology

Topic 5

Numbering Systems (External Material)

Chapter Outline

ملخص الفصل

- Numbering Systems

- أنظمة الأرقام

- Conversion Between Systems

- التحويل بين الأنظمة

Learning Objectives

أهداف الدراسة

- Differentiate between different Numbering Systems used in Computers.
- التفريق بين أنظمة الأرقام المختلفة المستخدمة في الحاسوب
- Convert Numbers from a numbering System to another
- التحويل بين أنظمة الأرقام المختلفة

Common Number Systems

أنظمة الأرقام

System	Base	Symbols	Used by humans?	Used in computers?
Decimal	10	0, 1, … 9	Yes	No
Binary	2	0, 1	No	Yes
Octal	8	0, 1, … 7	No	No
Hexadecimal	16	0, 1, … 9, A, B, … F	No	No

Number Systems

أنظمة الأرقام

Decimal: 0, 1

النظام العشري

Binary: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

النظام الثنائي

Octal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

النظام الثماني

Hexadecimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

النظام السادس عشر

Quantities/Counting

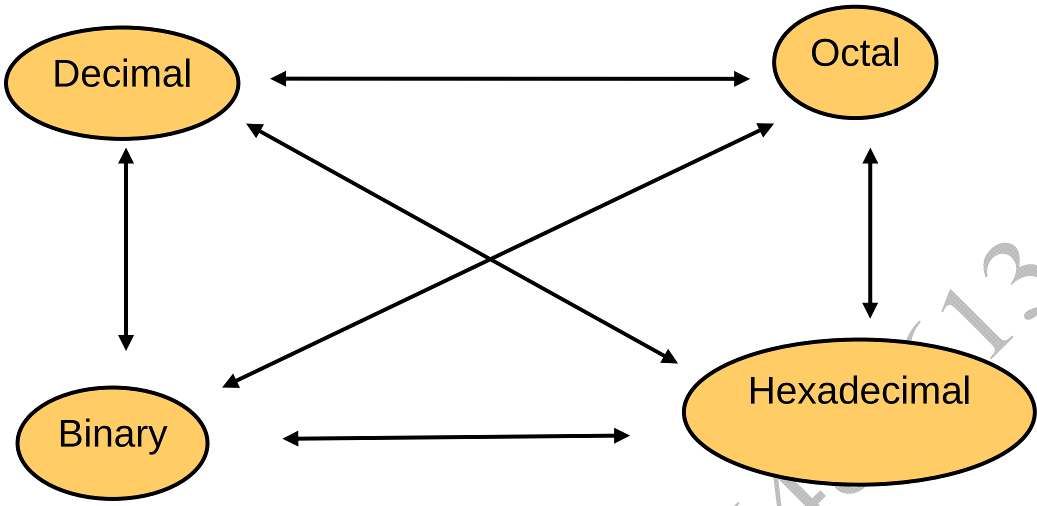
أنظمة الأرقام والتحويلات فيما بينها

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14
21	10101	25	15
22	10110	26	16
23	10111	27	17

Etc.

Conversion among Bases

- The possibilities:



Quick Example

$25_{10} = 11001_2 = 31_8 = 19_{16}$

Binary to Decimal

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري

- Technique

- الطريقة
    - Multiply each bit by 2^n, where *n* is the "weight" of the bit
    - ضرب كل رقم (1 أو 0) في 2^n و n تعني وزن البت ضمن الرقم
    - The weight is the position of the bit, starting from 0 on the right
    - الوزن هو موقع البت في الرقم نفسه بحيث يبدأ من الرقم 0، 1، 2، 3، .... مبتدأ من اليمين
    - Add the results
    - الإضافة إلى النتيجة

Example:

$(101011)_2$ =>

$$\begin{array}{lr} 1 \text{ x } 2^0 = & 1 \\ 1 \text{ x } 2^1 = & 2 \\ 0 \text{ x } 2^2 = & 0 \\ 1 \text{ x } 2^3 = & 8 \\ 0 \text{ x } 2^4 = & 0 \\ 1 \text{ x } 2^5 = & \underline{32} \\ & (43)_{10} \end{array}$$

Binary Numbers => Decimals

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري

Given a binary number $b_n b_{n-1} b_{n-2} \ldots b_2 b_1 b_0$ the equivalent decimal value is $b_n \times 2^n + b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \ldots + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$

Example:

10 in binary $1 \times 2^1 + 0$ = 2 in decimal

1000 in binary $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0$ = 8 in decimal

10101011 in binary $1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1$

= 171 in decimal

Decimal to Binary

التحويل من النظام العشري إلى الثنائي

- Technique

- الطريقة

  - Divide by two, keep track of the remainder
  - القسمة على 2 في كل مرحلة، ومن ثم تتبع الباقي
  - First remainder is bit 0 (LSB, least-significant bit)
  - باقي القسمة الأول هو 0
  - Second remainder is bit 1
  - باقي القسمة الثاني هو 1
  - Etc.

Decimals => Binary

التحويل من النظام العشري إلى الثنائي

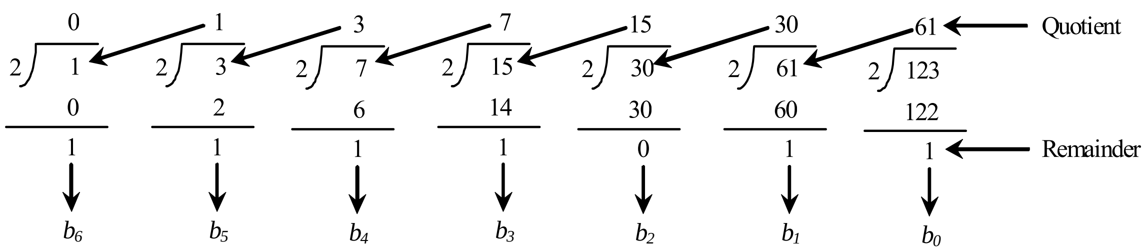
To convert a decimal number d to a binary number is to find the binary digits.. $b_n, b_{n-1}, b_{n-2}, \ldots, b_2, b_1, b_0$ such that

التحويل من التحويل من النظام العشري إلى الثنائي هو لإيجاد الأرقام الثنائية بحيث: $b_n, b_{n-1}, b_{n-2}, \ldots, b_2, b_1, b_0$

$$d = b_n \times 2^n + b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \ldots + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$$

These numbers can be found by successively dividing d by 2 until the quotient is 0. The remainders are $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_{n-2}, b_{n-1}, b_n$

For example,
The decimal number 123 is 1111011 in binary. The conversion is conducted as follows:



Octal to Decimal

التحويل من النظام الثماني إلى العشري

- Technique
- الطريقة
  - Multiply each bit by 8^n, where n is the "weight" of the bit
  - ضرب كل بت (0 أو 1) بالعدد 8^n ، و n تعني وزن البت
  - The weight is the position of the bit, starting from 0 on the right
  - الوزن يعني موقع البت ضمن الرقم، يبدأ من اليمين
  - Add the results
  - ومن إضافته على النتيجة

Example:

$$(724)_8 \Rightarrow \begin{array}{rr} 4 \times 8^0 = & 4 \\ 2 \times 8^1 = & 16 \\ 7 \times 8^2 = & \underline{448} \\ & (468)_{10} \end{array}$$

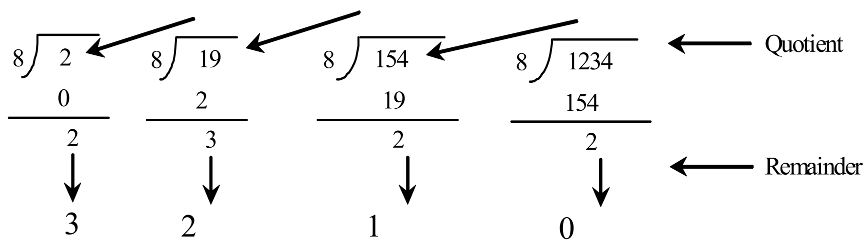
Decimal to Octal

التحويل من النظام العشري إلى الثماني

- Technique
- الطريقة
  - Divide by 8
  - القسمة على العدد 8
  - Keep track of the remainder
  - ومن ثم أخذ الباقي

Example:

$1234_{10} = ?_8$



$(1234)_{10} = (2322)_8$

Hexadecimal to Decimal

التحويل من النظام السادس عشر إلى العشري

- Technique
- الطريقة
  - Multiply each bit by 16^n, where n is the "weight" of the bit
  - ضرب كل بت (0 أو 1) بالعدد 16^n ، و n تعني وزن البت
  - The weight is the position of the bit, starting from 0 on the right
  - الوزن يعني موقع البت ضمن الرقم، يبدأ من اليمين
  - Add the results
  - ومن إضافته على النتيجة

Example:

$(ABC)_{16}$ =>

$$
\begin{aligned}
C \times 16^0 &= 12 \times 1 = 12 \\
B \times 16^1 &= 11 \times 16 = 176 \\
A \times 16^2 &= 10 \times 256 = 2560 \\
&\overline{\quad (2748)_{10}}
\end{aligned}
$$

Hexadecimals => Decimals

The hexadecimal number system has sixteen digits: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, and F. The letters A, B, C, D, E, and F correspond to the decimal numbers 10, 11, 12, 13, 14, and 15. Given a hexadecimal number

$$h_n h_{n-1} h_{n-2} \ldots h_2 h_1 h_0$$

The equivalent decimal value is

$$h_n \times 16^n + h_{n-1} \times 16^{n-1} + h_{n-2} \times 16^{n-2} + \ldots + h_2 \times 16^2 + h_1 \times 16^1 + h_0 \times 16^0$$

Example:

7F in hexadecimal $7 \times 16^1 + 15 \times 16^0$

= 127 in decimal

FFFF in hexadecimal $15 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 15 \times 16^0$

= 65535 in decimal

Decimal to Hexadecimal

التحويل من النظام العشري إلى السادس عشر

- Technique

- الطريقة

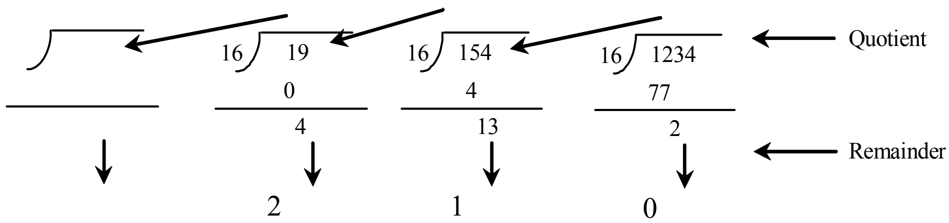
  - Divide by 16

  - القسمة على العدد 16

  - Keep track of the remainder

  - تتبع الباقي من القسمة وأخذها من اليمين أو من الأسفل

$1234_{10} = ?_{16}$



13 → D

$(1234)_{10} = (4D2)_{16}$

Remember that:

A → 10

B → 11

C → 12

D → 13

E → 14

F → 15

In hexadecimal number system

Decimals => Hexadecimal

To convert a decimal number d to a hexadecimal number is to find the hexadecimal digits hn, hn-1, hn-2, ...

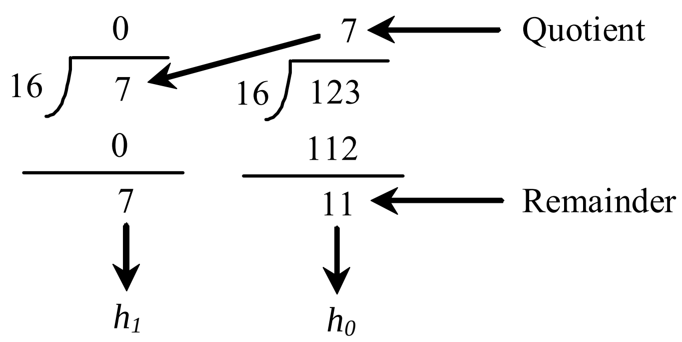
$h_n, h_{n-1}, h_{n-2}, \ldots, h_2, h_1, h_0$ such that

$$d = h_n \times 16^n + h_{n-1} \times 16^{n-1} + h_{n-2} \times 16^{n-2} + \ldots + h_2 \times 16^2 + h_1 \times 16^1 + h_0 \times 16^0$$

These numbers can be found by successively dividing d by 16 until the quotient is 0. The remainders are

$$h_0, h_1, h_2, \ldots, h_{n-2}, h_{n-1}, h_n$$

For example, the decimal number 123 is 7B in hexadecimal. The conversion is conducted as follows:



ملاحظة:
لعمليات التحويل جميعها يمكن تحويل أي نظام من الأنظمة إلى النظام الثنائي ومن ثم تحويلها مره أخرى إلى النظام الأخر

Decimal → hexadecimal

1. decimal → binary
2. binary → hexadecimal

Note:
Binary → Octal

$(111100011)_2 \rightarrow (743)_8$

1 1 1	1 0 0	0 1 1
4 2 1	4 2 1	4 2 1
7	4	3

[(4 x 1) + (2 x 1) + (1 x 1)] = [4 + 2 + 1] = 7

[(4 x 1) + (2 x 0) + (1 x 0)] = [4 + 0 + 0] = 4

[(4 x 0) + (2 x 1) + (1 x 1)] = [0 + 2 + 1] = 3